Rentas

CONSTANTES

Temporal inmediata pospagable

$$A_{\overline{n}|i} = a \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$S_{\overline{n}|i} = a \, \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

temporal inmediata prepagable.

$$\ddot{A}_{\overline{n}|i} = a \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} (1+i)$$

$$\ddot{S}_{\overline{n}|i} = a \, \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)$$

$V_F = V_a (1+i)^n$

Renta perpetua pospagable

$$A_{\overline{\infty}|i} = \frac{a}{i}$$

Renta perpetua prepagable.

$$\ddot{A}_{\overline{\infty}|i} = a \cdot \frac{1+i}{i}$$

Renta diferida pospagable

$$\text{Val. actual} = a \times a_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-\text{Tiempo dif.}}$$

$$\text{Valor final} = a \times a_{\overline{n}|i} \, (1+i)^n$$

Renta diferida prepagable.

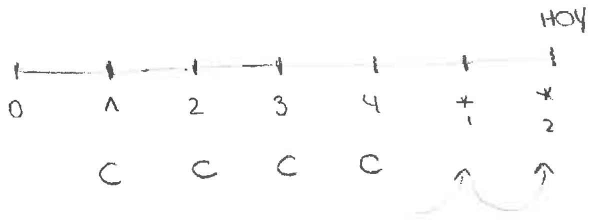
$$V_a = a \times \ddot{a}_{\overline{n}|i} \times (1+i)^{-t}$$

$$V_f = a \times \ddot{a}_{\overline{n}|i} \times (1+i)^n$$

Rentas anticipadas. Pospagable

$$S_{\overline{n}|i} = a \cdot S_{\overline{n}|i} (1+i)^{\text{tiempo antic.}}$$

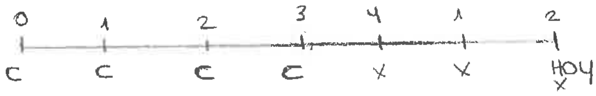
$n = 4$ anticipo 2



$a \cdot V_F (1+i)^n$

Renta anticipada prepagable.

$$\ddot{S}_{\overline{n}|i} = a \times \ddot{S}_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^{t\,\text{antic.}}$$



$$\ddot{S}_{\overline{n}|i} = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)(1+i)^2$$

$n = 4$

anticipo 2

$$\ddot{S}_{\overline{n}|i} = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)^3$$

P. aritmética Temporal

$$\boxed{Va(a_1,d)\,\overline{n}|i = \left(a_1 + \frac{d}{i} + n \times d\right) \times a_{\overline{n}|i} - \frac{n \times d}{i}}$$

↳ $a_n = a_1 + d(n-1)$

P. aritmética perpetua

$$\boxed{Va(a_1,d)\,\infty|i = \left(a_1 + \frac{d}{i}\right) \times \frac{1}{i}}$$

P. GEOMÉTRICA TEMPORAL

si $q \neq (1+i)$

$$\boxed{Va(c_1,q)\,\overline{n}|i = c_1 \times \frac{1 - q^n (1+i)^{-n}}{1+i-q}}$$

si $q = (1+i)$

$$\boxed{V_A(c_1,q)\,\overline{n}|i = c_1 \times \frac{n}{1+i}}$$

P. GEOMÉTRICA perpetua

sólo se puede calcular cuando $1+i > q$

$$\boxed{Va(c_1,q)\,\infty|i = a_1 \times \frac{1}{1+i-q}}$$

Capitalización y descuento

Capitalización simple $t < 1a$

$$\boxed{C_n = C_0(1 + it)}$$

Capitalización compuesta

$$\boxed{C_n = C_0 (1 + i)^n}$$

$$I = C_n - C_0 = C_0(1+i)^n - C_0$$
$$= C_0 (1+i)^n - 1$$

Descuento simple racional

$$\boxed{C_0 = C_n (1 + it)^{-1}}$$

$$C_0 = C_n + \frac{C_n}{it}$$

Descuento simple comercial

$$\boxed{C_0 = C_n (1 - dt)}$$ → factor de descuento.

$$C_0 = C_n - C_n \cdot dt$$

Descuento compuesto racional

$$\boxed{C_0 = C_n (1 + i)^{-n}}$$

Descuento compuesto comercial

$$\boxed{C_0 = C_n (1 - d)^n}$$

$$\boxed{j_m = i_m \times m}$$

j_m → tipo de interés nominal anual

i_m → tipo de interés efectivo fraccionado

$$\boxed{(1 + i) = (1 + i_m)^m}$$

Equivalencia descuento e interés

$$\boxed{d = \frac{i}{1 + it}}$$

$$\boxed{i = \frac{d}{1 - dt}}$$

EMPRÉSTITOS.

1 Empréstito normal.

Títulos con cupón anual y $VR = VN$ amortizados de forma periódica.

A. CTES → SISTEMA FRANCÉS

1. a_f con equivalencia fra.
   $n^{\circ} tít \times VR = a_f \times a_{\overline{n}|i}$
2. cálculo T_k cada periodo
   $cupón_1 = i \times TV_1 \times VN$ $\quad R_1 = a_f - I_1 \quad T_k = \frac{R_1}{VR}$

   Relación entre reembolsos en préstamo francés: $(1+i)$

cuadro de amortización = cuadro bancario : No gtos, No $VR \neq VN$, no primas, lotes o pérdida de cupón.

A. VARIABLES → SISTEMA ITALIANO

1. T_k por año $\quad n^{\circ} tít / años \times VR = R_1$
   $I_1 = cupón \times T_V$
   $a_1 = R - I_1$
   ...

   TV en cualquier periodo = Tít. totales − T_k/año × nº de años.

Dentro del sistema francés ...

2 EMPRÉSTITOS CON PRIMA DE REEMBOLSO.

$i_{equiv} = \frac{CUPÓN}{VR} \quad VR \mapsto VN + prima$

cuadro bancario y cuadro amort.

1. Cálculo i_{eq}
2. Eq. fra $\quad n^{\circ} tít \times VR = \boxed{a_f} \times a_{\overline{n}|i_{eq}}$
3. nº tít. amort. x periodo y cupones → cuadro bancario
   igual sí siempre
   ↳ Anualidad comercial
   R + I de cuadro Banc.
4. Cálculo TAE con anualidad comerc.
   Recibido = Pagado
   ↳ cuadro de coste amortizado
   para contab.
   - D. viva
   - a comerc
   - cupones = c. banc
   - Int. efectivo
   - Reemb. efectivo : $a_c - i_{el}$.

---

3 Empréstitos que pierden el último cupón

$i_{eq.} = \frac{cupón}{VR} \longrightarrow VR - cupón \longrightarrow$ 1. Anualidad fra.

$n^{\circ} tít \times VR = a_f \times a_{\overline{n}|i_{eq.}}$

VR ↓ $VR - cup.$

2. nº tít. amort. por periodo
   $I = cupón \times (T_V - T_1)$ los del 1º año no cobran cupón

I_1 = cupón × $(TV - T_1)$
$R_1 = T_1 \times VR$ ↳ ahora entero

Sabiendo valor de a_f

a_f = cupón × $(T_V - T_1) + T_1 \times VR$.
↳ despejar T_1

Relación $T_k \rightarrow (1 + i_{eq})$

3 cuadro matemático → anualidad práctica = Int. expl + Reembolso
↓
cupón × $(TV - T_k)$

4 Con anualidad práctica → TAE → cuadro coste amortizado

4 TÍTULOS CON LOTES O PREMIOS

$a_c = a_f$ + LOTE

1 a_{financ} $n\,tit \times VR = a_f \times a_{\overline{n}|i}$
2 títulos amort/ año
3 cuadro bancario → a comerc. = a_f + LOTE
↳ TAE Recibido = pagado
↳ cuadro coste amortizado con Reemb. efect.

* LOTES VARIABLES SIN LEY CONOCIDA.

1 Valor actual lotes
2 anualidad comerc. con ep. financiera.

VAct LOTES + $(n\,tit \times VR) = a_c \times a_{\overline{n}|i}$
↳ si VR ≠ VN → i_{eq} para actualizar lotes

L_1 ; I_1 ; $\boxed{R_1 = a_c - I_1 - L_1}$
$T_1 = R_1 / VR$ ... { nº tít. amort. por período.

3 cuadro matemático T_V T_K → anualidad* → TAE → cuadro coste am.

* lotes que varían en progresión geométrica./ ARITMÉTICA

- Saco el valor de cada L mediante la fórmula y hayo el Vact. de los lotes para sacar a comercial con eq. fra.

VA (a, d) $a_{\overline{n}|i} = \left(a + n \times d + \frac{d}{i}\right) \times a_{\overline{n}|i} - \frac{n \times d}{i}$
VA (a, q) $a_{\overline{n}|i} = a \times \frac{q^n \times (1+i)^{-n} - 1}{q - 1 - i}$

suma lotes de pr. arit ⇒ $S = \frac{a_1 + a_n \times n}{2}$
$a_n = a_1 + (n-1)d$

- $a_c = R + I + L$
↳ T_V y T_K

- cuadro coste banc. → a com.* → TAE → cuadro coste amort.
↳ $a_c^* = I + R + L$ → del cuadro bancario

5 Empréstitos con anualidades tras variables.

- progresión aritmética
  - a_1, con la fórmula que corresponde → T_{k1}
  - Relación T_k → $\boxed{T_n = T_{n-1}(1+i) + \frac{d}{VReem}}$
    - ↳ cuadro bancario
- prog geométrica $a_n = a_1 \times q^{(n-1)}$ → así saco cada T_k.

6 Empréstitos con prima de amortización variable

1. calcular tantos i_{eq} como primas de reembolso haya. $\boxed{i_{eq} = \frac{cup.}{VR}}$

2. $\frac{N^{\circ}\text{ títulos} \otimes}{VN} = \frac{VN}{VR_1} a_1 (1+i_{eq_1})^{-1} + \frac{VN}{VR_2} a_1 (1+i_{eq_2})(1+i_{eq_1}) + \dots$

3. con la a_1, saco T_V y T_K → cuadro amort. → anualidad práctica
   - ↳ ⚠ cada año 1 VR ≠
   - ↓ TAE y c.c. amort.

7 empréstito cup cupón se acumula hasta reembolso.

- Las anualidades son distintas cada año (ITAL) los I van creciendo { T_k = cada año

la acumulación de I puede ver:
- ⊛ c.simple: por ej $T_{k4} = 200$
  - cupón = 50 €/año
  - I_a pagar 4 = $200 \times 50 \times 4$
- ⊛ c.compu: Los I devengados van generando intereses

- anualidades ctes. FRANC.

$$\begin{cases} a_1 = T_{k1} \times VR + \text{cupón} \times T_A \\ a_2 = T_2 \times VR + \boxed{(\text{cupón} \times T_2) \times 2} \end{cases}$$

$= T_1 \times VR(1+i)^n$

→ sólo pago el cupón a los que se amortizan, el resto, acumulan

cap simple

{ hago lo mismo con T_4 y T_5

como $a_1 = a_2$ → saco T_1 y T_2

↳ CAP. COMPUESTA | 1 Eto | $n^{\circ}\text{tít} \times VR = a_1$ $a_{n\bar{i}}$

$a_1 = T_1 \times VR + \text{cupón} \times T_1$ → $\boxed{T_1 = X}$

$a_2 = T_2 \times VR + \text{cupón} \times T_2 + \text{cupón}_1 T_A (1+i)$ → $T_2 = Y$

acumulado sin pagar

⋮

PRÉSTAMOS

- amortización mediante Reembolso único del Principal

Renta con o sin pago periódico de i

$\hookrightarrow C_n = C_0(1+i)^n$

0	1	2
100.000	i 5000	i 5.750
		VR 100.000

Reembolso en 2 años

i anual 5%

⚠ PV = Valor actual anualidades pendientes (rentas)

- amortización periódica

  - **SISTEMA ITALIANO** R cte
    "cuotas de amortización ctes"

    C_0 / n años $= R$.

    $R = a - I_0$

    I_0: i sobre C_0 ↑ PV

  - **SISTEMA FRANCÉS** A ctes → eq. fin.
    "términos de amortiz. ctes"

    ★ Lo primero: sacar anualidad

    Recibido = Pagado

    $C_0 = a \times a_{\overline{n}|i}$

    $$\boxed{\begin{aligned} CV_0 &= CV_n(1+i)^{-n} + a \times a_{\overline{n}|i} \\ CV_n &= CV_0(1+i)^n - a\, S_{\overline{n}|i} \end{aligned}}$$

    $I_1 = i \times C_0$

    $R_1 = a - I_1$

    $I_2 = i \times PV_2$

    $I_2 = i \times (C_0 - R_1)$

    $R_2 = a - I_2$

    $R_2 = a - i(C_0 - R_1) \rightarrow R_2 = R_1(1+i)$

    $R_n = R_1(1+i)^{n-1}$

si tengo gtos, habrá un int efectivo o TAE < cuadro bancario / cuadro amort

int. efectivo
int. expl.
int. impl.
↳ Reemb. efectivo $= a - i_{ef.}$

★ anualidad variable en progresión aritmética. { ① términos homogéneos ② eq. fin. ③ cuadro amort
↳ o reembolsos.

★ préstamos variables en progresión geométrica { ① calculo a ② calculo total amortizado en momento k = R ③ PV/k = VA $(a_k\ldots)$

- **SISTEMA ALEMÁN**: interés anticipado.

  $a_1 = R_1 + I_2$

  $a_n = R_n$

  $i_v = \dfrac{(i_a)}{(1 - i_a)}$ el que nos den

  $i_a = \dfrac{i_v}{(1 + i_v)}$

  Eq. fin con i_v: Recibido = Pagado

  $C - I_1 = a \times a_{\overline{n}|i_v}$ ($I_1 = i \times C$)

  $\hookrightarrow a = R_n = PV_{n-1}$

  Eq. fin con i_a: Recibido = Pagado

  $C = a \times \dfrac{1 - (1 - i_a)^n}{i_a}$ } sólo para Rtas ctes

- sistema americano o de constitución de fondo
  - Préstamo de R.único i_p
  - fondo i_f

El valor final de las aportaciones (anualidades) del fondo en n años (RENTA) deben ser = al VA Préstamo.
↳ a su i_f

PRÉSTAMOS FRACCIONADOS Te dan la duración e interés del préstamo en un t diferente al año
① calculo el interés efectivo anual
② calculo anualidades

VALOR DEL PRÉSTAMO : Valor actual de las anualidades pendientes valoradas a i mercado.
↳ financiero

≠ Deuda viva (→ o capital pte) : Va. anualidades ptes. a i préstamo.

- nuda propiedad: valor actual reembolsos pendientes a i de mercado
- usufructo: valor actual i pendientes a i de mercado.

Fórmula de achard.
- estudio al inicio del periodo
- $i_p \neq i_m$
- i_p cte a lo largo de la operación

$$\boxed{\begin{aligned} V_K &= U_K + NP_K \\ U_K &= \frac{i_p}{i_m}\,(CV_K - NP_K) \end{aligned}}$$